Cahiers québécois de démographie

Estimation de matrices de mobilité du moment à partir de matrices de mobilité résultante

Claude Dionne

Volume 14, numéro 1, avril 1985

Démolinguistique

URI : https://id.erudit.org/iderudit/600561ar
DOI : https://doi.org/10.7202/600561ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

Association des démographes du Québec

ISSN

0380-1721 (imprimé)
1705-1495 (numérique)

Découvrir la revue

Citer cette note

Dionne, C. (1985). Estimation de matrices de mobilité du moment à partir de matrices de mobilité résultante. *Cahiers québécois de démographie*, *14*(1), 121–125. https://doi.org/10.7202/600561ar

Cahiers québécois de démographie
Vol. 14, no 1, avril 1985

Estimation de matrices de mobilité du moment à partir de matrices de mobilité résultante

Claude DIONNE*

Certaines données de recensement ou d'enquête permettent de déduire une mobilité résultante entre le moment de la naissance des individus et le moment du recensement. C'est le cas des données recoupant le lieu de naissance et le lieu de résidence (mobilité géographique), ou encore la langue maternelle et la langue d'usage (mobilité linguistique). Cette mobilité cumulée ne permet pas de connaître en termes de flux la mobilité récente précédant le recensement, par exemple au cours des cinq dernières années. Nous présentons ici une méthode d'estimation de matrices de mobilité du moment à partir de telles données. Le développement ci-après s'applique au cas où l'on ne dispose que d'un recensement; il est certain que les hypothèses pourraient être allégées si deux recensements ou plus étaient disponibles.

Précisons immédiatement que la mobilité est considérée ici comme s'appliquant aux cohortes de personnes encore présentes au moment du recensement. C'est donc dire que la mobilité envisagée ne touche pas les émigrants internationaux et les décédés; il incombera à l'utilisateur de voir si les comportements peuvent être extrapolés aux générations complètes des naissances. Quant aux immigrants internationaux, il vaudrait mieux les considérer comme un groupe distinct.

Définissons les matrices de probabilité de migrer suivantes :

E_x : matrice des probabilités de migrer entre la naissance et l'âge x au recensement (années révolues); cette matrice est obtenue à partir de données disponibles.

M_x : matrice estimative des probabilités de migrer entre l'âge x et l'âge x+1, au cours de la dernière période; l'âge au recensement est x+1 (années révolues), l'intervalle considéré dans l'âge et le temps étant unitaire.

---

* Bureau de la statistique du Québec, Service de l'analyse et de la prévision démographiques.

Une matrice E_x couvre donc la mobilité résultant de tous les mouvements faits depuis la naissance, tandis qu'une matrice M_x ne couvre que les mouvements de la dernière période.

Ces matrices sont stochastiques en colonne[1], chaque colonne donnant les probabilités de migrer par lieu ou catégorie de naissance. Notons que la multiplication de deux ou plusieurs matrices stochastiques résulte en une matrice stochastique; une telle matrice redistribue la population sans créer ni perdre d'individus.

Voyons maintenant comment estimer les matrices M_x selon que les mouvements sont renouvelables ou non renouvelables.

MOUVEMENTS RENOUVELABLES

L'estimation peut s'appliquer ici aux mouvements géographiques mesurés par le recoupement des lieux de naissance et de résidence. Les matrices E_x sont données, et E_o correspond à M_n, s'appliquant aux naissances de la dernière période. Les autres M_x peuvent être estimés si on admet l'hypothèse suivante : la mobilité résultante à l'âge x de la cohorte d'âge x+1 est semblable à la mobilité résultante à l'âge x de la cohorte d'âge x. Il est à noter que cette hypothèse n'implique que les cohortes voisines. Selon l'hypothèse énoncée, écrivons :

${}_{x+1}E_x = {}_xE_x$ (l'indice de gauche représente la génération ayant l'âge x+1 au recensement).

$${}_{x+1}E_{x+1} = (M_x)\ ({}_{x+1}E_x),$$

$${}_{x+1}E_{x+1} = (M_x)\ ({}_xE_x),$$

et en omettant l'indice de gauche, qui demeure le même que celui de droite,

$$M_x = E_{x+1}E_x^{-1} \tag{1}$$

La matrice M_x demeure théoriquement stochastique, mais il vaudra mieux en pratique réajuster la matrice telle que la somme de chaque colonne donne l'unité, et éliminer parfois les valeurs négatives très petites qui correspondent en fait à des valeurs nulles. L'estimation de la matrice M_x ne dépend pas de l'estimation des matrices M_{x-1}, M_{x-2}, etc., mais seulement de la mobilité résultante des générations voisines. Les erreurs d'estimation ne se cumulent donc pas. Il n'en demeure pas moins que des données imparfaites ou des éléments perturbateurs subis très différemment par des

1. Une matrice stochastique en colonne est une matrice dont chaque somme en colonne des probabilités vaut l'unité.

générations voisines peuvent faire en sorte que l'une des matrices M_x obtenues puisse révéler des courants à l'encontre des tendances des autres matrices. On peut alors procéder à un lissage des matrices selon l'âge, par exemple à l'aide de moyennes mobiles de matrices.

MOUVEMENTS NON RENOUVELABLES

On peut considérer certains mouvements comme non répétitifs; il est facile d'imaginer que, dans la plupart des cas, la mobilité linguistique est pratiquement non renouvelable, c'est-à-dire qu'on ne change de langue qu'une fois, si on le fait. La méthode présentée ci-dessus ne convient plus, car elle applique des probabilités de migrer à des personnes ayant déjà migré. Il s'agit alors de décomposer les matrices de façon à ne faire migrer que ceux qui ne l'ont pas encore fait. Ainsi, décomposons les matrices déjà présentées :

$E_x = R_x + N_x$, où

R_x est la matrice des probabilités d'émigrer d'une catégorie à l'autre entre la naissance et l'âge x, la diagonale étant nulle; et

N_x est la matrice diagonale des probabilités de ne pas émigrer entre la naissance et l'âge x.

$M_x = C_x + D_x$, où

C_x est la matrice des probabilités d'émigrer d'une catégorie à l'autre entre l'âge x et l'âge x+1, la diagonale étant nulle; et

D_x est la matrice diagonale des probabilités de ne pas émigrer entre l'âge x et l'âge x+1.

Tout en réitérant la similitude de mobilité résultante des générations voisines, posons les hypothèses suivantes, qui sont en même temps des conditions nécessaires au développement donné ci-après :

a) $R_x \geq R_{x-1}$ (chaque élément)

b) $N_x \leq N_{x-1}$ (chaque élément)

La mobilité se cumulant linéairement, puisqu'il n'y a pas de migrations multiples, il importe que la cohorte d'âge x-1 n'ait pas des probabilités d'émigrer depuis la naissance déjà plus élevées que celles de la cohorte plus âgée x. De même, la probabilité de ne pas émigrer depuis la naissance doit être plus élevée à l'âge x-1 qu'à l'âge x. Si ces conditions ne sont pas remplies, il est impossible de procéder à l'estimation par comparaison de deux cohortes voisines, car il faudrait alors faire appel à des migrations multiples ou à des retours.

La matrice diagonale D_x peut se déduire directement des matrices N_x et N_{x+1}, car les probabilités de ne pas émigrer sont directement multiplicatives (comme des taux de survie).

Ainsi :

$$D_x = N_{x+1} N_x^{-1} \tag{2}$$

Les probabilités de migrer dans le dernier intervalle ne s'appliquent qu'aux personnes n'ayant pas émigré jusque-là; par ailleurs, les mouvements migratoires s'additionnent d'un intervalle à l'autre dans la constitution de la mobilité résultante depuis la naissance. Ainsi, la différence $R_{x+1} - R_x$ nous donne des probabilités d'émigrer entre x et x+1, mais comme étant rapportées à l'effectif de naissances[2]. Pour obtenir des probabilités s'appliquant aux personnes risquant la mobilité dans le seul dernier intervalle, posons :

$$C_x = \left[R_{x+1} - R_x \right] N_x^{-1} \tag{3}$$

Rappelons que cette relation implique que ${}_{x+1}E_x = {}_xE_x$, c'est-à-dire qu'à un âge donné les générations voisines ont eu la même mobilité cumulative.

Nous pouvons combiner les relations (2) et (3) pour recomposer la matrice recherchée :

$$M_x = C_x + D_x$$

$$M_x = \left[R_{x+1} - R_x \right] N_x^{-1} + N_{x+1} N_x^{-1}$$

$$M_x = \left[E_{x+1} - R_x \right] N_x^{-1} \tag{4}$$

L'équation (4) diffère de la relation (1) en ce qu'on ne retient que les éléments diagonaux dans la matrice inverse.

---

2. Il y a là une analogie avec l'utilisation des proportions de «déjà mariés» dans l'étude de la nuptialité.

Ici encore, il se peut que des données imparfaites ou des phénomènes perturbateurs amènent des irrégularités, ou encore des contradictions à nos hypothèses. Si ces imperfections ne sont pas généralisées, on peut procéder encore à une méthode de lissage, mais cette fois sur les matrices E_x, avant même d'entreprendre l'estimation.

CONCLUSION

Les deux méthodes que nous venons de présenter visent à produire des approximations, et impliquent donc une part d'erreur. Il y a lieu de bien examiner les données réelles pour voir si elles se prêtent à ce genre d'estimation.

Il reste à apporter certaines précisions sur l'hypothèse de similitude des matrices de mobilité résultante des générations voisines. Nous avons dit que dans l'estimation des M_x, n'étaient impliquées que les matrices voisines E_{x+1} et E_x. On pourrait objecter que d'une estimation à l'autre des M_x, on en vient à supposer que toutes les cohortes ont subi, pour un même âge donné, la même mobilité cumulée, ce qui alourdit fortement l'hypothèse. Mais il n'en est pas ainsi, car nous recommençons chaque fois l'opération. Nous donnons ci-après une suite de relations exprimant notre hypothèse à chaque estimation (rappelons que l'indice de gauche se rapporte à la cohorte ou génération) :

$${}_{x+1}E_x = {}_xE_x$$

$${}_xE_{x-1} = {}_{x-1}E_{x-1}$$

$${}_{x-1}E_{x-2} = {}_{x-2}E_{x-2}$$

Nous voyons très bien qu'il est impossible de relier les équations de façon à avancer, par exemple, que ${}_{x+1}E_{x-2} = {}_{x-2}E_{x-2}$. Il faudrait faire une nouvelle hypothèse pour admettre cette relation.

Ainsi les méthodes présentées ne sont pas aussi exigentes en termes d'hypothèses qu'elles pourraient le paraître; elles demeurent néanmoins du domaine de l'approximation, et ce n'est qu'après un examen des données réelles que l'on peut s'assurer de leur pertinence.